第 1 章

アドバース・セレクションの基本モデル

第 1 章から第 3 章では，契約締結時にすでにエージェントが私的情報を保有している状況 (アドバース・セレクションまたは隠された知識のケース) での最適契約設計の問題を分析します．モデルでは，それぞれ異なる私的情報を保有するエージェントを異なる「タイプ」に分類します．そしてプリンシパルとエージェントの利害に関連したすべての情報は，タイプの違いによって記述しつくされているという仮定をおきます．本章では基本モデルとして，(i) 契約設計者としてのプリンシパルは単一の主体である (または複数のプリンシパルが存在するが，協力して契約設計を行う)，(ii) プリンシパルはひとりのエージェントと契約を結ぶ (または複数のエージェントが存在するが，彼らの活動は互いに独立で，個別に契約を結んでも一般性を失わない)，(iii) いったん契約が設計されたらそれが後に変更されることはない，という状況を扱います．まず第 1.1 節で，エージェントが 2 種類のタイプのうちどちらかであるという例を考察します．第 1.2 節では，アドバース・セレクションのモデルを分析するために必要な概念と結果をゲーム理論から導入します．さらに次の節以降での分析のために重要な仮定を紹介します．第 1.3 節，第 1.4 節で一般的なモデルを分析します．第 1.3 節では起こり得るタイプが有限個のケース，第 1.4 節ではタイプが連続変数のケースを扱います．

1.1　例：部品調達の問題

1.1.1　設定

ある工作機械のメーカー (プリンシパル) が，最終生産物である工作機械を製造するために必要な部品を生産，供給するサプライヤー (エージェント) と，部品調達の契約を結ぼうとしています[1)]．簡単化のために，購入する部品の数量は固定して 1 台ということにしましょう．メーカーにとって重要なのは部品の品質です．部品の品質を x という変数で表すことにします．とりうる x の値の集合を $X \subset \mathbb{R}$ とし，$X = [0, \overline{x}]$ と仮定します．また，メーカーの収入は部品の品質のみに依存すると仮定し，品質 x の部品を用いることでメーカーが手に入れる収入を $b(x)$ で表します．ここで $b(\cdot)$ は 2 階連続微分可能で，$b(0) = 0$，任意の $x < \overline{x}$ に対して $b'(x) > 0$，$b'(0) = +\infty$，$b'(\overline{x}) = 0$，および任意の $x \geq 0$ に対して $b''(x) < 0$ を仮定します．x の値が大きいほど品質が高いと解釈することができます．

サプライヤーの保有する私的情報を次のように定式化します．サプライヤーは 2 種類のタイプのいずれかです．可能なサプライヤーのタイプの集合 (タイプ空間) を Θ で表し，$\Theta = \{\theta_0, \theta_1\}$，$0 < \theta_0 < \theta_1$ と仮定します．以下ですぐに明らかになるように，本節のモデルではタイプ θ_0 のサプライヤーの方が「優れた」サプライヤーです．真のタイプが θ_0 と θ_1 のどちらであるかはサプライヤーのみが知っていると仮定します．一方メーカーは，取引するサプライヤーのタイプが θ_0 である確率を p と評価しています．たとえば当該部品のサプライヤーのうち，p の割合はタイプ θ_0，$1 - p$ の割合はタイプ θ_1 であることが業界で知られているという状況です．さらにこの p はサプライヤー自身も知っていると仮定します．

タイプが θ_i のサプライヤーが品質 x の部品を生産するためにかかる費用を $c_i(x)$ と書き，$c_i(x) = \theta_i x$ と仮定します ($i = 0, 1$)．つまりサプライヤーのタイプが異なると，同じ品質の部品でもそれを生産するためにかかる費用が異

1) 本節のモデルを，たとえば政府が自然独占産業における企業を規制するという問題として記述することも可能です．また品質 x を数量と解釈することもできます．

なってきます．$0 < \theta_i$ ですから，どちらのタイプにとっても部品が高品質なほど生産費用が高くなります．また，任意の $x > 0$ について $c_0(x) < c_1(x)$ かつ $c_0'(x) < c_1'(x)$ が成り立ちますから，タイプ θ_0 の方が有能なサプライヤーで，同じ品質の部品でも，その生産費用および限界費用はタイプ θ_0 の方がタイプ θ_1 よりも低いことを示しています．

メーカーは部品の納入と引きかえに価格 w をサプライヤーに支払います．したがって部品の品質が x，価格が w のときのタイプ θ_i のサプライヤーの効用は，

$$U_i(x, w) = w - c_i(x)$$

となります．一方メーカーの効用は $b(x) - w$ です．いずれの効用も貨幣価値で測られています．

すでに述べたように，サプライヤーのタイプはメーカーにはわかりません．一方部品の品質，すなわち x の値はサプライヤーによって決定，選択されますが，メーカー側は部品を検査することによって x の値を知ることができると仮定します．さらに，x の値がどの水準にあるかを第三者に対して立証できると仮定します．たとえば裁判所に対して部品の真の品質についての証拠を提出し，裁判官を納得させることができるということです．したがって，メーカーはサプライヤーに対して特定の x の品質を持つ部品を生産するように指示することができます．しかし，その部品の生産にどのくらいの費用がかかったのかが分からない，ということが問題になります．たとえば「品質 x の部品に対して価格 w を支払う」という契約を提示したとしましょう．価格 w が低すぎると，サプライヤーのタイプによっては価格 w では生産費用をカバーできずそのような契約に応じないかもしれません．一方 w を高くしすぎると，生産費用をはるかに上回ることになり，必要以上の利益をサプライヤーに与えてしまい，メーカーにとって望ましくないことは言うまでもありません．

そこで，メーカー側がもっと複雑な契約を最初に提示する可能性を考えます．具体的には，メーカーはサプライヤーに，たとえば費用見積りについての詳細なレポートの提出を求め，その内容に応じて異なる品質と価格を指示できるような仕組みを考えます．M をサプライヤーがメーカーに提出することのできる可能なレポートの集合 (メッセージ空間) とし，代表的要素を $m \in M$ と書きます．提出された m に基づいて品質と価格を決めるのですが，そのルールを μ と書きます．これは M から $X \times \mathbb{R}$ への関数で，$\mu(m)$ はレポートが m のときの品質と価格を表します．すなわち $\mu(m) = (\delta(m), \rho(m))$ で，レポートが m のとき品質 $\delta(m) \in X$ の部品を製造することを指示し，その部品の納入に対して価格 $\rho(m) \in \mathbb{R}$ を支払うということを意味します．

したがってメーカーは契約として次の 2 つの選択を行うことになります．(i) どのようなレポートを提出させるか，つまり集合 M の選択，および (ii) それぞれのレポートに対してどのような品質と価格を指示するか，つまりルール $\mu(\cdot) = (\delta(\cdot), \rho(\cdot))$ の選択，の 2 点です．このように選ばれる (M, μ) を**メカニズム** (mechanism) と呼びます．以下では契約とメカニズムを同じ意味で用います．

このモデルにおける意思決定のタイミングは次のようになります．

1. メーカーがメカニズムを選択しサプライヤーに提示する．サプライヤーが契約を受け入れない場合にはゲームは終了する．サプライヤーが契約を受け入れた場合には次のステージに進む．
2. サプライヤーはメカニズムにしたがってメッセージ空間からレポートを選択し，メーカーに提出する．
3. メーカーはメカニズムのルールにしたがって品質と価格を指示する．
4. 指示された品質の部品をサプライヤーが生産，納入し，価格がメーカーからサプライヤーに支払われる．

次の点に注意してください．まずはじめに，契約が結ばれるときに，メーカーが交渉の余地のないオファー (take-it-or-leave-it offer) をしています．いいかえれば，すべての交渉力はメーカー側にあると仮定しています．第 2 に契約不履行の可能性についてです (たとえばサプライヤーが指示された品質と異なる品質の部品を生産した場合，メーカーがサプライヤーへの支払いを拒否した場合，サプライヤーが契約に明記された価格よりも多い支払いを要求した場合など)．モデルの暗黙の仮定として，メカニズムは第三者たとえば裁判所によって強制されることになっています．したがって契約不履行の可能性は除かれています．さらにメーカーは，最初に提示しサプライヤーに受け入れられたメカニズムを後で撤回し，別のメカニズムを再提示することはできないと仮定します．この仮定は「メーカーはメカニズムにコミットする (身を委ねる，自分を縛りつける) ことができる」と表現されます．第 3 に，メーカーの提示する契約がサプライヤーに受け入れられなかった場合の効用値を外生的に与えます．この場合には取引が行われな

いので，$(x,w)=(0,0)$ に対応する効用値を手に入れると仮定します．すなわちメーカーとサプライヤーの効用はそれぞれ $b(0)$ および $-c_i(0)$ で，仮定によりいずれもゼロとなります．これらの値を，メーカーおよびサプライヤーの**留保効用** (reservation utility) と呼びます．

1.1.2　ベンチマーク：対称情報のケース

上記のモデルを分析する前に，仮にサプライヤーのタイプが私的情報ではなくメーカーにも知られているようなケースを考察します．この対称情報のケースでの結果をベンチマークとして，非対称情報のケースでの結果を後で評価します．

望ましい品質と価格がサプライヤーのタイプに依存することは明らかなので，タイプが θ_i のサプライヤーに指示する品質と価格を (x_i, w_i) で表すことにして，$\{(x_0^{fb}, w_0^{fb}), (x_1^{fb}, w_1^{fb})\}$ を対称情報という仮想のケースでの最適な解とします．この解は**ファーストベスト** (first-best) と呼ばれます．価格はメーカーからサプライヤーへの移転なので，タイプ θ_i のサプライヤーとの取引から生み出される総余剰は価格には依存せず $b(x_i)-c_i(x_i)$ となり，ファーストベストの品質は次のように決まります．

$$\max_{x_i} b(x_i)-c_i(x_i) \quad\Rightarrow\quad b'(x_i^{fb})=\theta_i$$

契約締結時の交渉力はすべてメーカー側にありますから，価格 w_i はサプライヤーが取引に参加することを保証する水準に決まります．すなわち

$$w_i - c_i(x_i^{fb}) = 0 \quad\Rightarrow\quad w_i^{fb}=\theta_i x_i^{fb}$$

となります．ファーストベストの品質 x_i^{fb} の生産費用をちょうどカバーする水準に価格を決めてやれば，サプライヤーの効用はゼロとなり，取引に参加しない場合の効用と等しくなります．このような場合にはサプライヤーは参加すると仮定します[2)]．こうして取引の利益はすべてメーカーの手に渡ることになります．

以上の分析の結果，ファーストベストの解におけるメーカーの期待利益は

$$\Pi^{fb}=p[b(x_0^{fb})-\theta_0 x_0^{fb}]+(1-p)[b(x_1^{fb})-\theta_1 x_1^{fb}]$$

となります．後で非対称情報のケースと比較するために，次の関数を定義します．

$$\begin{aligned}\Pi(x_0,x_1)&=p[b(x_0)-\theta_0 x_0]+(1-p)[b(x_1)-\theta_1 x_1]\\ \Pi(x)&=\Pi(x_0^{fb},x)=p[b(x_0^{fb})-\theta_0 x_0^{fb}]+(1-p)[b(x)-\theta_1 x]\end{aligned}$$

$\Pi(x_0,x_1)$ は，タイプ θ_i が品質 x_i の部品を生産し，メーカーが生産費用をちょうどカバーする価格を支払う場合のメーカーの期待利益を表します．一方 $\Pi(x)$ は，タイプ θ_0 がファーストベストの品質，タイプ θ_1 が品質 x の部品を生産するときのメーカーの期待利益です．明らかに $\Pi(x_1^{fb})=\Pi(x_0^{fb},x_1^{fb})=\Pi^{fb}$ が成立することを確認してください．

図 1.1 はファーストベストの解を図示しています．横軸は品質 x で，各タイプの限界費用と限界収入のグラフが x の関数として描かれています．ファーストベストの品質は，これらの限界費用が限界収入と交わるところで決まります．タイプ θ_0 への支払額 w_0^{fb} は図の A と B の面積の和，タイプ θ_1 への支払額 w_1^{fb} は $A+C$ の面積で表されています．

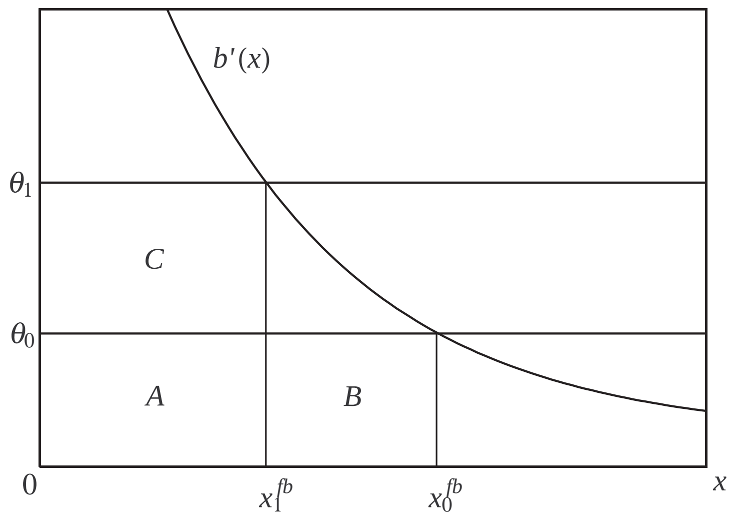
1.1.3　表明原理

非対称情報のケースに戻りましょう．まずメカニズム (M,μ) を所与として，サプライヤーの意思決定を考察します．一般にサプライヤーのタイプが異なれば提出するレポートも異なるので，タイプ θ_i のサプライヤーが選択するレポートを m_i で表すことにします．サプライヤーのレポートはメーカーが選択したメッセージ空間から選ばれるので，$i=0,1$ に対して $m_i \in M$ が成立しなければなりません．各タイプごとに提出するレポートを指定したベクトル $\sigma=(m_0,m_1)$ でサプライヤーの決定を表し，σ をサプライヤーの**戦略** (strategy) と呼びます．

---

2) このように仮定しても問題がないのは，メーカーは w_i^{fb} よりもほんの少し余分にサプライヤーに支払うことによって，参加することをサプライヤーが厳密に選好するようにできるからです．本書全体を通して同様の仮定をしています．

図1.1 **ファーストベストの解**



メカニズム (M,μ) を所与としたとき，サプライヤーの戦略 $\sigma^*=(m_0^*,m_1^*)$ が

$$U_i(\delta(m_i^*),\rho(m_i^*))\geq U_i(\delta(m),\rho(m)),\quad \forall m\in M, i=0,1 \tag{1.1}$$

を満たすとき，σ^* をメカニズム (M,μ) の下でのサプライヤーの最適戦略といいます．(1.1) は，サプライヤーがタイプ θ_i のときにレポート m_i^* を選択することによって，効用を最大にできることを意味しています．この右辺で $m=m_j^*$，$j\neq i$ とおけば，以下の関係が成立することがわかります．

$$U_i(\delta(m_i^*),\rho(m_i^*))\geq U_i(\delta(m_j^*),\rho(m_j^*)). \tag{1.2}$$

つまり (1.2) は，サプライヤーがタイプ θ_i のとき，別のタイプ θ_j にとって最適なレポートを提出しても効用が増加しないことを意味しています．

メーカーは，自分の設計したメカニズムに対して，サプライヤーが上記のように反応すると予想することができます．この予想に基づいて自分の期待利益を最大にするメカニズムを選択することが，メーカーにとって望ましい決定となります．この問題を解くにあたって注意してほしいのは，メカニズムを設計，選択するということは，サプライヤーに提出可能なレポートの集合 (メッセージ空間) M を選択することを含んでいるという点です．詳細なレポートを要求してサプライヤーのタイプを見極めるのはメーカーにとって有益かもしれませんが，詳しければ詳しいほどよいというわけでもなさそうです．どのような内容をレポートに求めるのが望ましいのでしょうか．

この問いに答えるのが以下の**表明原理** (revelation principle) と呼ばれる結果です[3)]．この重要な結果を説明するために，**直接表明メカニズム** (direct revelation mechanism) と呼ばれる特殊なメカニズムを定義しましょう．このメカニズムは，メッセージ空間がタイプ空間に等しいメカニズムのことです ($M=\Theta$)．すなわちこのメカニズムの下では，サプライヤーはレポートとして直接自分のタイプが θ_0 か θ_1 かを申告することを求められます．さらに直接表明メカニズム (Θ,ν) におけるルール ν を，$\nu=\{(x_0,w_0),(x_1,w_1)\}$ と書くことにします．このルールは，サプライヤーがレポートとしてタイプ θ_i と申告したときには，品質 x_i が指示され価格 w_i が支払われるということを意味します[4)]．また，直接表明メカニズムの下でのサプライヤーの戦略を $\sigma=(\hat{\theta}_0,\hat{\theta}_1)$ と書くことにします ($\hat{\theta}_i\in\Theta$)．この戦略は，自分の真のタイプが θ_i のときにタイプ $\hat{\theta}_i$ というレポートを報告するということを意味します．どのタイプも正直に申告するような戦略は $\hat{\theta}_i=\theta_i$，虚偽の報告をする戦略は $\hat{\theta}_i=\theta_j$ $(i,j=0,1,\ i\neq j)$ となります．

[3)] **顕示原理**と訳される方が多いです．

[4)] サプライヤーはレポートとして θ_0 か θ_1 を選択することによって，実質的には (x_0,w_0) か (x_1,w_1) かを選択していることになります．したがって直接表明メカニズムは，(x_0,w_0) と (x_1,w_1) からなるメニューからサプライヤーに直接いずれかを選ばせることによっても実現できます．すなわち，タイプの申告は必ずしも必要ではありません．

以下では誤解の生じるおそれがない限り，直接表明メカニズム (Θ, ν) を単純に ν と書きます．すると本節の例における表明原理は次のように表せます．

表明原理　任意のメカニズム (M, μ) を考え (ただし $\mu = (\delta, \rho)$)，その下でのサプライヤーの最適戦略を $\sigma^* = (m_0^*, m_1^*)$ とする．このとき次の特徴を持つ直接表明メカニズム ν が存在する．

(i) 自分の真のタイプを伝達することが最適：任意の $i = 0, 1$ に対して $\hat{\theta}_i = \theta_i$ を満たす戦略 $(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1)$ が，ν に対するサプライヤーの最適戦略となる．

(ii) 戦略 (θ_0, θ_1) によって (M, μ) と同一の品質，支払額が実現される：$\nu = \{(x_0, w_0), (x_1, w_1)\}$ とすると，任意の $i = 0, 1$ に対して，真のタイプが θ_i であるサプライヤーに品質 $x_i = \delta(m_i^*)$ が指示され価格 $w_i = \rho(m_i^*)$ が支払われる．

(証明)　$\nu = \{(x_0, w_0), (x_1, w_1)\}$ を次のように定義する．

$$x_i = \delta(m_i^*), \qquad w_i = \rho(m_i^*), \quad i = 0, 1$$

すると (1.2) より

$$U_i(x_i, w_i) = U_i(\delta(m_i^*), \rho(m_i^*)) \geq U_i(\delta(m_j^*), \rho(m_j^*)) = U_i(x_j, w_j), \quad j \neq i$$

が成り立つ．つまり，新しく設計された直接表明メカニズム ν の下では，自分のタイプが θ_i のときに正直にタイプ θ_i と報告することが望ましい．したがって， 各 $i = 0, 1$ に対して $\hat{\theta}_i = \theta_i$ が最適となり，(i) が証明された．よって任意の $i = 0, 1$ においてタイプ θ_i のサプライヤーは正直に報告し，その結果 ν の定義により，真のタイプが θ_i のときに $(x_i, w_i) = (\delta(m_i^*), \rho(m_i^*))$ が実現される．つまり (ii) が成立する．☺

この表明原理の結果，メーカーが自由に契約を設計，提示できるのであれば，メーカーの期待効用を最大にするメカニズムは，正直に自分のタイプを申告することがサプライヤーの最適戦略となっている直接表明メカニズムの中に必ず見つかります．よって以下では一般性を失わずに，メーカーが $\{(x_0, w_0), (x_1, w_1)\}$ という形式の契約を提示するケースに限定して分析を進めます．なお，誤解の生じるおそれがない限り，契約を $\nu = \{(x_i, w_i)\}$ と簡略化して書き表すことにします．

1.1.4　分析

表明原理によって，メーカーの直面する問題は以下のような制約付き最大化問題として定式化することができます．

問題　(p)

$$\max_{\nu} p[b(x_0) - w_0] + (1-p)[b(x_1) - w_1] \tag{1.3}$$

$$\text{subject to}$$

$$w_0 - \theta_0 x_0 \geq 0 \tag{pc$_0$}$$

$$w_1 - \theta_1 x_1 \geq 0 \tag{pc$_1$}$$

$$w_0 - \theta_0 x_0 \geq w_1 - \theta_0 x_1 \tag{ic$_0$}$$

$$w_1 - \theta_1 x_1 \geq w_0 - \theta_1 x_0 \tag{ic$_1$}$$

目的関数 (1.3) はメーカーの期待効用です．制約式 (pc_0) および (pc_1) は，どちらのタイプのサプライヤーもメーカーの提示する契約を受け入れるための条件で，**参加制約** (participation constraints) と呼ばれます[5)]．いいかえれば，メーカーはサプライヤーがどちらのタイプであっても契約を締結し部品を供給してもらおうと考えていることになります．このような取り決めが，非効率的なタイプ θ_1 には生産させない場合と比べて望ましいかどうかについては後で確認します．制約式 (ic_0) および (ic_1) は，どちらのタイプも自分のタイプを偽って申告しても効用が増加しないことを示しており，**誘因両立制約** (incentive compatibility constraints) と呼ばれます[6)]．表明原理により，誘

[5)] **個人合理性制約** (individual rationality constraints) と呼ばれることもあります．

[6)] **自己選択制約** (self-selection constraints) または**事実申告制約** (truth-telling constraints) と呼ばれることもあります．

因両立制約を満たす直接表明メカニズムの中からメーカーの期待効用を最大にするメカニズムを選択しても一般性を失わないので，これらの制約式が加わったのです．

問題 (p) を解く前に，ベンチマークのファーストベストの解が契約として与えられたときに，私的情報を持つサプライヤーがどのように行動するかをみてみましょう．ファーストベストの品質は，図 1.1 の x_0^{fb}，x_1^{fb} で与えられています．タイプ θ_0 のサプライヤーは果たして自分のタイプを正直に申告するでしょうか．もし正直に申告したならば，品質 x_0^{fb} の生産を指示され，支払額は $w_0^{fb} = A + B$ で，これは $c_0(x_0^{fb}) = \theta_0 x_0^{fb}$ に等しいですからタイプ θ_0 の効用はゼロになります．一方もしも偽ってタイプ θ_1 であると申告したならば，品質 x_1^{fb} の部品を費用 $c_0(x_1^{fb}) = \theta_0 x_1^{fb} = A$ で生産し，価格 $w_1^{fb} = A + C$ を支払われますから，正の効用 $C > 0$ を得ることができます．つまりファーストベストの解の下では，タイプ θ_0 のサプライヤーの誘因両立制約は満たされません．よって問題 (p) の解は，ファーストベストの解とは異なることがわかります．いいかえれば，本節の例でファーストベストを達成することはできません．

問題 (p) の解を，ベンチマークのファーストベストとの対比で**セカンドベスト** (second-best) の解と呼ぶことにします．セカンドベストの解を求める方法については標準的な手順が確立されています．この節の例でも，一般的なモデルを解くときの標準的な手順にしたがって解いていくことにします．

ステップ 1：誘因両立制約を満たす契約は単調性 $x_0 \geq x_1$ を満たす．

(証明) 誘因両立制約 (ic_0) および (ic_1) より

$$\theta_1(x_0 - x_1) \geq w_0 - w_1 \geq \theta_0(x_0 - x_1).$$

この不等式と仮定 $\theta_1 > \theta_0$ より，$x_0 \geq x_1$ が成立することがわかります．☺

ステップ 2：制約式 (pc_1) および (ic_0) を満たす契約は，タイプ θ_0 の参加制約 (pc_0) を満たす (よって制約式 (pc_0) を無視できる)．

(証明) 制約式 (ic_0) および (pc_1) より，

$$w_0 - \theta_0 x_0 \geq w_1 - \theta_0 x_1 \geq w_1 - \theta_1 x_1 \geq 0.$$

よって (pc_0) が成立します．☺

ステップ 3：タイプ θ_0 の誘因両立制約 (ic_0) は，最適解において等号で成立する．

(証明) 仮に最適解は (ic_0) を厳密な不等号で満たすと仮定してみましょう．ここでもしも最適解で (pc_0) が等号で成立するならば，

$$0 = w_0 - \theta_0 x_0 > w_1 - \theta_0 x_1 \geq w_1 - \theta_1 x_1.$$

よってタイプ θ_1 の参加制約 (pc_1) に反します．したがって (pc_0) は厳密な不等号で成立しなければなりません．すると (pc_0) および (ic_0) を満たすように w_0 を少し小さくすることができます．そのような変化は，残りの制約式のうち (pc_1) には影響を与えず，また (ic_1) の右辺の値を小さくするので (ic_1) はかえって満たされやすくなります．よって w_0 を小さくしてもすべての制約式は満たされます．これは元の w_0 が最適であることに矛盾するので，最適解は (ic_0) を等号で満たさなければならないことがわかります．☺

ステップ 4：契約が単調性 $x_0 \geq x_1$ を満たし，さらに (ic_0) が等号で成立するならば，タイプ θ_1 の誘因両立制約 (ic_1) も満たされる．

(証明) 制約式 (ic_0) が等号で満たされるので，

$$\theta_1(x_0 - x_1) - (w_0 - w_1) = \theta_1(x_0 - x_1) - \theta_0(x_0 - x_1).$$

単調性および $\theta_1 > \theta_0$ よりこの値は非負，すなわち (ic_1) が成立します．☺

ステップ 5：以上のステップ 1–4 により，4 本の制約式を以下の 3 本に置きかえても同値だということがわかります．

$$w_1 \geq \theta_1 x_1 \tag{pc_1'}$$

$$w_0 = w_1 + \theta_0(x_0 - x_1) \tag{ic_0'}$$

$$x_0 \geq x_1 \tag{m}$$

制約式が以上の 3 本であるならば，明らかに制約式 (pc_1') は最適解において等号で成立します．よって，

$$w_1 = \theta_1 x_1, \tag{pc_1''}$$

$$w_0 = \theta_0 x_0 + \Delta\theta x_1. \tag{ic_0''}$$

ただし $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$ です．等式 (pc_1'') および (ic_0'') を目的関数 (1.3) に代入すると，メーカーの問題は，

問題　(p′)

$$\max_{x_0,x_1} p[b(x_0) - \theta_0 x_0 - \Delta\theta x_1] + (1-p)[b(x_1) - \theta_1 x_1] \tag{1.4}$$
$$\text{subject to (m).}$$

となります．

ステップ 6：単調性 (m) を無視して問題 (p′) を解き，後で単調性が満たされることを確認します．$b(\cdot)$ が厳密な凹関数であることから，目的関数 (1.4) は厳密な凹で，さらに境界値の仮定 ($b'(0) = +\infty$ および $b'(\overline{x}) = 0$) より解は一意で X の内点となります．解を (x_0^*, x_1^*) と書くと，一階条件は

$$b'(x_0^*) = \theta_0, \tag{1.5}$$
$$b'(x_1^*) = \theta_1 + \frac{p}{1-p}\Delta\theta, \tag{1.6}$$

で与えられます．最適価格 (w_0^*, w_1^*) は，(pc_1'') および (ic_0'') に $x_0 = x_0^*$，$x_1 = x_1^*$ を代入することによって得られます．

ステップ 7：解が単調性 (m) を満たすことを確かめましょう．(1.6)，(1.5) および仮定 $\theta_1 > \theta_0$ より，$b'(x_0^*) < b'(x_1^*)$，したがって $b(\cdot)$ の厳密な凹性より $x_0^* > x_1^*$ が成立し，確かに単調性が満たされています．

■結果の解釈　セカンドベストの解は次のような特徴を持つことがわかります．まず第 1 に条件 (1.5) により，タイプ θ_0 のサプライヤーは効率的な品質の部品を生産するように指示されます ($x_0^* = x_0^{fb}$) が，(1.6) によりタイプ θ_1 のサプライヤーは非効率 (過小) な品質の部品を生産するように指示されます ($x_1^* < x_1^{fb}$)．すなわちセカンドベストの品質は，非効率的なタイプのサプライヤーについてはファーストベストの品質より低い水準になります．第 2 に最適解でのサプライヤーの効用を求めると，(pc_1'') および (ic_0'') より，

$$w_0^* - \theta_0 x_0^* = \Delta\theta x_1^*, \tag{1.7}$$
$$w_1^* - \theta_1 x_1^* = 0, \tag{1.8}$$

となります．タイプ θ_0 のサプライヤーは留保効用よりも厳密に大きい効用を得ますが，タイプ θ_1 のサプライヤーの効用は留保効用に等しくなります．タイプ θ_0 が留保効用を超える効用を手に入れることができるのは，さもなければメーカーは，タイプ θ_0 に正直に自分のタイプを申告させることができないためです．この留保効用を上回る部分はタイプ θ_0 の私的情報に起因するもので，**情報レント** (information rent) と呼ばれます．この情報レントは，(1.7) より $\Delta\theta x_1^*$ に等しくなります．

結果を図解してみるとより理解を深めることができます．図 1.1 で，タイプ θ_0 に $w_0^{fb} = A + B$ の代わりに $w_0 = A + B + C$ を支払う契約に変更してみましょう．すると，タイプ θ_0 のサプライヤーは正直に申告することによって $w_0 - \theta_0 x_0^{fb} = C$ の効用を得ることができますから，偽ってタイプ θ_1 と申告したときと無差別になり，誘因両立制約が満たされます．しかしこのようにいずれのタイプにもファーストベストの品質の部品を生産させる契約は，メーカーにとって最適ではありません．図 1.2 のように，タイプ θ_1 の生産する部品の品質を x_1^{fb} から 1 単位小さくしてみます．この変更によってメーカーはタイプ θ_1 からの利益 $b'(x_1^{fb}) - \theta_1$ を失います (図の黒く塗りつぶされた部分)．しかしその代わりに，タイプ θ_0 に正直に申告させるために必要なレントを $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$ だけ減らすことができます (図の斜線部分)．前者の損失が生じる確率は $1 - p$，後者の便益が生じる確率は p なので，これらの損失と便益の期待値が等しくなるところまで，すなわち

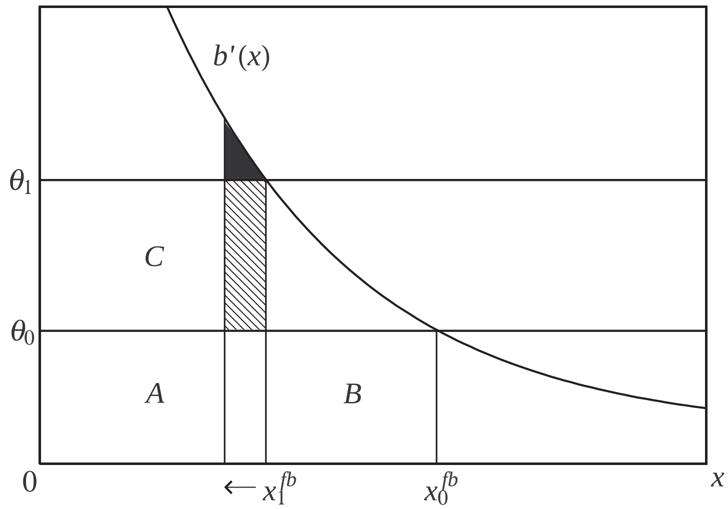
$$(1-p)(b'(x_1) - \theta_1) = p\Delta\theta$$

が成立する水準まで x_1 を下げるのが望ましいことになります．上の等式を変形すれば (1.6) が得られます．セカンドベストの解におけるメーカーの期待利益を Π^* とすると，

$$\begin{aligned}\Pi^* &= p[b(x_0^{fb}) - \theta_0 x_0^{fb} - \Delta\theta x_1^*] + (1-p)[b(x_1^*) - \theta_1 x_1^*] \\ &= \Pi(x_1^*) - p\Delta\theta x_1^*\end{aligned}$$

となります．ファーストベストの解における期待利益 $\Pi^{fb} = \Pi(x_1^{fb})$ と比べると，2 つの点で利益が減少していることがわかります．第 1 に，タイプ θ_1 の品質が非効率的である点，そして第 2 にタイプ θ_0 のサプライヤーに情報レント $\Delta\theta x_1^*$ を与えなければならない点です．

図1.2 **ファーストベストからセカンドベストへ**



比較静学で興味深いのは，タイプ θ_0 の確率 p の変化の効果です．Π^* を p の関数とみなして微分すると，

$$\frac{d\Pi^*}{dp} = \frac{\partial \Pi^*}{\partial p} + \frac{\partial \Pi^*}{\partial x_1^*}\frac{\partial x_1^*}{\partial p}.$$

最初の項は $[b(x_0^{fb}) - \theta_0 x_0^{fb} - \Delta\theta x_1^*] - [b(x_1^*) - \theta_1 x_1^*]$ に等しく，サプライヤーが効率的である可能性が高くなることの直接的効果で正です．第 2 の項のうち，$\partial x_1^*/\partial p$ は (1.6) により負ですが，x_1^* が問題 (1.4) の解であるための一階条件 $\partial \Pi^*/\partial x_1^* = 0$ により，p の増加の純効果はメーカーの期待利益を大きくする方向に働きます (以上の符号の導出は練習問題とします)．一方，情報レントは x_1^* の増加関数で，かつ (1.6) により x_1^* は p の減少関数ですから，p が大きいほどタイプ θ_0 のレントは少なくなります．

■タイプ θ_1 に生産させないケース　ここまでの分析では，メーカーがどちらのタイプのサプライヤーにも契約に参加させると仮定していました．最後に非効率的なタイプ θ_1 を参加させないケースを考察します．このときのメーカーの期待効用は $p[b(x_0) - w_0]$ で，これは目的関数 (1.3) に $x_1 = w_1 = 0$ を代入した式と等しいことに注意してください．つまりこの例では，タイプ θ_1 に参加させないケースは，タイプ θ_1 に生産させず，支払いもしないケースに対応します．そしてこの場合には効率的なタイプ θ_0 に情報レントを与える必要はなくなります．(x_0, w_0) が参加制約 $w_0 - \theta_0 x_0 \geq 0$ を満たしていれば，誘因両立制約 (ic_0) は自動的に満たされるからです．よってタイプ θ_0 に対して参加制約を等号で満たし，ファーストベストの生産を指定する契約 $(x_0, w_0) = (x_0^{fb}, w_0^{fb})$ が最適となります．非効率的なタイプ θ_1 は，タイプ θ_0 であると偽って生産しても負の効用 $w_0^{fb} - \theta_1 x_0^{fb} = -\Delta\theta x_0^{fb} < 0$ しか得られないので，正直に申告します．

しかし以上の考察によって，タイプ θ_1 に参加させない場合の最適契約 (x_0^{fb}, w_0^{fb}) は，問題 (p) に $(x_1, w_1) = (0, 0)$ を代入した問題のすべての制約式を満たしていることがわかります．問題 (p) の解は (1.6) および (1.8) より $(x_1^*, w_1^*) \neq (0, 0)$ ですから，非効率的なタイプに参加させないケースの最適契約は，上記で求めたセカンドベストの契約よりも劣ります．

■まとめ　第 1.1 節では，私的情報を持つエージェント (例におけるサプライヤー) の可能タイプが 2 種類の場合の最適契約を導出しました．その特徴をまとめておきましょう．

1. 効率的なタイプの誘因両立制約のみが等号で成立する：効率的なタイプが非効率的なタイプであると偽る誘因が存在するが，逆の誘因は存在しない．
2. 非効率的なタイプの参加制約のみが等号で成立する：効率的なタイプは，留保効用を上回る情報レントを獲得する．

3. 効率的なタイプの情報レントを削減するために，非効率的なタイプのセカンドベストの決定 (品質) はファーストベストと比べて過小になる．一方効率的なタイプの決定はファーストベストに等しい．
4. セカンドベストの決定は単調性を満たす：効率的なタイプのセカンドベストの決定の方が，非効率的なタイプの決定よりも大きい．

以下本章の残りの節では，これらの結果がより一般的なモデルにおいて成立するかどうかを確かめます．

1.2　基本モデル

1.2.1　メカニズム・デザイン問題と表明原理

この節では，アドバース・セレクションの下での最適契約設計の問題を一般的なモデルで分析するための準備として，プリンシパルとエージェントの間の取引をゲームとして記述し，ゲーム理論からいくつかの重要な概念を導入します．エージェントの可能なタイプの集合 (タイプ空間) を Θ，その代表的要素を θ と書きます．プリンシパルとエージェントの契約によって決定される変数を y とし，**配分** (allocation) と呼ぶことにします．一般に配分は生産，消費，貨幣移転などのいくつかの要素から成るベクトルですが，典型的には前節の例のように $y=(x,w)$ という形に書けます．ここで x は経済主体の厚生に影響を与える決定変数，w はプリンシパルとエージェント間の所得の移転額です．実現可能な配分の集合を Y とします．エージェントとプリンシパルの効用は，それぞれ効用関数 $U(y,\theta)$ および $V(y,\theta)$ で与えられます．

プリンシパルが設計する契約またはメカニズムは，エージェントがプリンシパルに伝達可能なメッセージの集合 (メッセージ空間) M と，配分ルール $\mu : M \to Y$ によって構成されます[7)]．

アドバース・セレクションのケースでは，エージェントのみが契約締結時に自分の真のタイプを知っています．いいかえれば，ゲームの開始時点においてすでにプリンシパルとエージェントの間に非対称情報が存在しています．このようなゲームは**不完備情報ゲーム** (game with incomplete information) と呼ばれます．不完備情報ゲームを分析するための標準的な方法は，ゲームを**不完全情報ゲーム** (game with imperfect information) として記述し直すことです．不完全情報ゲームでは，ゲームの開始時点では非対称情報は存在しませんが，開始後に情報の非対称性が生じてきます．そのようなゲームに変換するために，元のゲームの前に「ある事前確率分布 $p(\cdot)$ にしたがってエージェントの真のタイプが選択され，エージェントにのみそのタイプが知らされる」という手番を加えます．さらにこの事前確率分布は**共有知識** (common knowledge) であると仮定します．この仮定は，プリンシパルもエージェントも「$p(\cdot)$ がタイプの事前確率分布である」ことを知っており,「そのことを各人が知っている」ことを知っており,「そのことを各人が知っているということを知っている」ことを知っており,...，という記述が無限に成立することを意味します．同様にゲーム自体の構造 (各人の情報構造，意思決定のタイミング，効用関数など) も共有知識と仮定します．

このように不完全情報ゲームに記述し直されたゲームにおけるエージェントの戦略は，メカニズム (M,μ) を所与としたとき，$\sigma : \Theta \to M$ という関数で表されます[8)]．ここで $\sigma(\theta)$ は，真のタイプが θ であるエージェントが報告するメッセージとなります．メカニズム (M,μ) と戦略 σ の関係は，図 1.3 にまとめられています．仮にプリンシパルがタイプを直接観察でき，エージェントのタイプに応じて特定の配分を指定できるのであれば，プリンシパルは図の Θ から Y への矢印部分に対応する配分ルールを決めることができます．しかしプリンシパルはエージェントのタイプを観察できないので，代わりにメッセージ空間 M から Y への矢印部分に対応する配分ルール μ を決めます．そして (M,μ) を所与として，エージェントは適当な戦略 σ を選択します．

以下の条件を満たす戦略 σ^* を，所与のメカニズム (M,μ) に対するエージェントの最適戦略と呼ぶことにします．

$$U(\mu(\sigma^*(\theta)),\theta) \geq U(\mu(m),\theta), \quad \forall m \in M, \forall \theta \in \Theta \tag{1.9}$$

---

7) 単純化のために，プリンシパルがいくつかの配分の中から，あらかじめに決められた確率分布にしたがってひとつの配分を選択する確率的メカニズムは，分析から排除されています．しかし本節の定式化を確率的メカニズムに容易に拡張することができます．

8) 単純化のために，エージェントが混合戦略を選択する可能性は排除されていますが，混合戦略を許容するケースに容易に拡張できます．

別の表現で表せば,

$$\sigma^*(\theta) \in \arg\max_{m \in M} U(\mu(m), \theta), \quad \forall \theta \in \Theta$$

ということになります．**任意のタイプ θ について**，$\sigma^*(\theta)$ がエージェントの効用を最大にしていることに注意してください．

図1.3 **メカニズムと戦略**

$$\begin{tikzcd} \Theta \arrow[rr] \arrow[dr, "\sigma"'] & & Y \\ & M \arrow[ur, "\mu"'] & \end{tikzcd}$$

以上のような設定の下で表明原理が成立します．第 1.1.3 節同様，メッセージ空間がタイプ空間に等しいメカニズムを直接表明メカニズムと呼び，誤解の生じるおそれがない限りは直接表明メカニズム (Θ, ν) を ν と記します．図 1.4 は，直接表明メカニズムと戦略の関係を示しています．

図1.4 **直接表明メカニズムと戦略**

$$\begin{tikzcd} \Theta \arrow[rr] \arrow[dr, "\sigma"'] & & Y \\ & \Theta \arrow[ur, "\nu"'] & \end{tikzcd}$$

命題 1.1　(表明原理) 任意のメカニズム (M, μ) の下でのエージェントの最適戦略を σ^* とする．このとき次の特徴を持つ直接表明メカニズム ν が存在する．

(i)　自分の真のタイプを伝達することが最適である：任意の $\theta \in \Theta$ に対して $\sigma(\theta) = \theta$ を満たす戦略 σ が，ν の下でのエージェントの最適戦略となる．

(ii)　(M, μ) の下で実現される配分と同一の配分が σ によって実現される:任意の $\theta \in \Theta$ に対して $\nu(\sigma(\theta)) = \mu(\sigma^*(\theta))$.

(証明)　(1.9) により，任意の $\theta \in \Theta$ に対して

$$U(\mu(\sigma^*(\theta)), \theta) \geq U(\mu(\sigma^*(\theta')), \theta), \quad \forall \theta' \in \Theta.$$

したがって $\nu(\cdot)$ を，任意の $\theta \in \Theta$ に対して $\nu(\theta) = \mu(\sigma^*(\theta))$ によって定義すれば,

$$U(\nu(\theta), \theta) \geq U(\nu(\theta'), \theta), \quad \forall \theta' \in \Theta.$$

これは正直に報告する戦略 $\sigma(\theta) = \theta$ が最適であることを示している．さらにこの結果 $\nu(\sigma(\theta)) = \nu(\theta) = \mu(\sigma^*(\theta))$ となり，(ii) も成立する． ☺

次のような例を考えてみましょう．$\Theta = \{\theta_0, \theta_1, \theta_2\}$ および $M = \{m_0, m_1\}$ で，メカニズム (M, μ) の下でエージェントの最適な戦略 σ^* を以下のように仮定します．

$$\sigma^*(\theta_0) = m_0, \quad \sigma^*(\theta_1) = m_1, \quad \text{and} \quad \sigma^*(\theta_2) = m_0.$$

すると最適戦略の定義より，次の条件が成立していることになります．

$$\begin{aligned} U(\mu(m_0), \theta_0) &\geq U(\mu(m_1), \theta_0) \\ U(\mu(m_1), \theta_1) &\geq U(\mu(m_0), \theta_1) \\ U(\mu(m_0), \theta_2) &\geq U(\mu(m_1), \theta_2) \end{aligned}$$

このとき直接表明メカニズム ν を $\nu(\theta) = \mu(\sigma^*(\theta))$ で定義します．すると

$$\nu(\theta_0) = \mu(m_0), \quad \nu(\theta_1) = \mu(m_1), \quad \text{and} \quad \nu(\theta_2) = \mu(m_0)$$

となり，σ^* が元のメカニズムの下で最適であることから，明らかにエージェントにとって自分のタイプを正直に申告することが最適になっていることがわかります．

こうして一般的なモデルにおいても，各タイプが正直に自分のタイプを申告することが最適な直接表明メカニズムの中に，プリンシパルにとって最も望ましい契約が存在することがわかりました．このような直接表明メカニズムを，**誘因両立的** (incentive compatible) なメカニズムと呼びます．表明原理によって，誘因両立的なメカニズムに限定して分析を進めても一般性を失わないことになります．以下の節の分析でもそのように限定しています．

表明原理の解釈についてひとつ注意してほしい点があります．表明原理はプリンシパルが非対称情報の下で達成できる最大の効用を求める手法として不可欠なものですが，直接表明メカニズムはあくまで最大の効用を達成するメカニズムの中のひとつでしかありません．他の直接的でないより現実的なメカニズムが，同じレベルの効用を達成する可能性を否定していません．ですから直接表明メカニズムの現実性を批判的に検討する際には注意してください．本来直接表明メカニズムは問題を解くための便宜的なものであって，そこで指定されている手順が現実に観察されないといって批判する前に，果たして同じ効用を達成する現実的なメカニズムがないかどうかを検討するべきです．

1.2.2　効用関数への仮定

次にプリンシパルとエージェントの効用関数にいくつかの特徴を仮定します．第 1.1 節の例と同様に，プリンシパルとエージェントが達成する配分 y は，生産や消費などエージェントの活動の程度を表す決定変数 $x \in X \subset \mathbb{R}$ と，プリンシパルからエージェントへの移転額 $w \in \mathbb{R}$ から構成されていると仮定し，以下では $y = (x, w)$ と書きます．移転額 w は負の値もとりうることに注意してください．さらに X は有界かつ閉集合であると仮定します．

まず第 1 に，エージェントの効用関数 $U(y, \theta)$，プリンシパルの効用関数 $V(y, \theta)$ は次のような準線形関数であると仮定します．

仮定 1.1

$$U = u(x, \theta) + w$$
$$V = v(x, \theta) - w$$

ここで $u(\cdot)$，$v(\cdot)$ は x について 2 階連続微分可能．

このような関数形のとき，プリンシパルもエージェントもリスク中立的で，さらに彼らの貨幣に対する限界効用は一定かつ等しいので，総余剰 (プリンシパルとエージェントの効用の和) は両者の間の移転額には依存しません．総余剰を $S(x, \theta) = u(x, \theta) + v(x, \theta)$ と書きます．またエージェントの留保効用は一定で，$\overline{U}$ で表すことにします．

典型的な応用例をいくつかあげておきましょう．

非線形価格　プリンシパルは財を生産，販売する企業，エージェントはその財をどの程度消費したいかについての私的情報を保有する消費者とします．θ を消費者のタイプ，x を購入される財の数量，$t = -w$ を消費者の支払額とすると，$U = u(x, \theta) - t$，$V = t - c(x)$ となります．$c(x)$ は企業の生産費用です．

調達問題　第 1.1 節の例に対応します．プリンシパルは財を調達する企業 (メーカー)，エージェントは財を供給する企業 (サプライヤー) です．x を財の品質または数量，w をサプライヤーへの支払額とすると，$U = w - c(x, \theta)$，$V = v(x, \theta) - w$ となります．サプライヤーのタイプ θ は，サプライヤーの技術上の効率性を表します．第 1.1 節では $c(x, \theta) = \theta x$，$v(x, \theta) = b(x)$ で，タイプ θ はサプライヤーの品質に関する限界費用を表しており，θ の値が大きいほど非効率的なタイプと解釈されます．

規制　エージェントを企業，プリンシパルを規制当局とします．企業のタイプ θ は企業の生産効率性の指標，x を企業の生産量，w を規制当局から企業に支払われる補助金とすると，$U = w - c(x, \theta)$，$V = v(x) - w + \alpha U$ となります．規制当局の目的は社会厚生の最大化で，$v - w$ は消費者余剰，α は規制当局が生産者余剰に与える重みを表しています．

最適課税　エージェントは納税者，プリンシパルは政府です．θ を納税者の収益力指標，x を納税者の税引前所得，t を納税者の納める税金とすると，$U = u(x, \theta) - t$ となります．この例はエージェントがひとりというよりはむ

しろ，無限に多くの消費者がある分布関数にしたがって存在する状況を扱っています．しかし納税者間の相互依存関係が無視できる限り，エージェントがひとりのケースと実質的には同じモデルになります．納税者の総人口を 1 に正規化すれば，政府の目的は納税者の効用の総和の最大化で，$V = E_\theta[U]$ となります．

保険契約　上記の準線形効用関数の仮定が満たされない例として，保険契約を考えましょう．エージェントは保険加入者，プリンシパルは保険会社です．θ は保険加入者が事故を起こす確率を表します．このリスクの度合いを除いて保険加入者は同質的と仮定し，初期財産を I とします．事故によって財産は減少します．この減少分は一般的には確率変数ですが，ここでは単純化のため確実に A だけ失われると仮定します．配分は保険料 x と保険支払額 w から構成されます．事故が起こったときの財産は $a = I - A - x + w$，事故が起きなかった場合は $n = I - x$ です．保険加入者の効用は $U = \theta z(a) + (1-\theta)z(n)$ となります．ここで $z(\cdot)$ は厳密に増加する凹関数 (リスク回避的) です．保険会社はリスク中立的な独占企業で，その利益は $V = x - \theta w$ で与えられます．

表明原理によって，プリンシパルの設計問題は,「誘因両立的な (直接表明) メカニズムの中から，自分の期待効用を最大にするものを選択する」という問題になります．以下では誤解の生じるおそれがない限りは，直接表明メカニズムを配分と区別せずに $y(\cdot) = (x(\cdot), w(\cdot))$ で表し，$x(\cdot)$ を決定ルール，$w(\cdot)$ を移転ルールと呼ぶことにします．

ベンチマークとなる効率的な決定ルールは，任意の $\theta \in \Theta$ に対して $S(x,\theta)$ を最大にする x を求めることによって得られます．この決定ルールをファーストベストの決定ルールと呼び，$x^{fb}(\cdot)$ と書きます．$S(x,\theta)$ が x について凹でかつ内点解を仮定すると，ファーストベストの決定ルールは次のように一階条件によって決まります．

$$S_x(x,\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = x^{fb}(\theta), \quad \forall\theta \in \Theta$$

ファーストベストの移転ルールは，エージェントに留保効用を与える水準，すなわち

$$u(x^{fb}(\theta),\theta) + w = \overline{U} \quad \Rightarrow \quad w = w^{fb}(\theta) = \overline{U} - u(x^{fb}(\theta),\theta)$$

で与えられます．このようにいったん $x(\cdot)$ が定まれば $w(\cdot)$ も定まるので，プリンシパルの実質的な問題は $x(\cdot)$ の選択に単純化されます．この特徴は非対称情報のケースでも同様に成立します．準線形効用関数を仮定することによる分析上の利点です．

第 2 に，基本モデルにおいて最適契約設計の問題を解くために最も重要な仮定を導入します．それは今日 **Spence-Mirrlees の単一交差性** (Spence-Mirrlees single crossing property) と呼ばれるものです[9]．

仮定 1.2　(SCP) u_x は θ の厳密な増加関数：任意の $x \in X$，$\theta, \theta' \in \Theta$ に対して，$\theta > \theta' \Rightarrow u_x(x,\theta) > u_x(x,\theta')$．

この仮定が単一交差性と呼ばれる理由を理解するために，図 1.5 をみてください．横軸が x，縦軸が w の平面にエージェントの無差別曲線を描いています．無差別曲線の傾きは

$$\frac{dw}{dx}\bigg|_{U:\text{const}} = -\frac{U_x}{U_w} = -u_x$$

となり，(SCP) により θ に関して厳密に減少します．したがって，任意の θ についてタイプ θ のエージェントの無差別曲線は，$\theta' < \theta$ を満たす任意のタイプ θ' の無差別曲線と最大 1 回上から交差することになります．それゆえ仮定 1.2 は単一交差性と呼ばれるわけです．

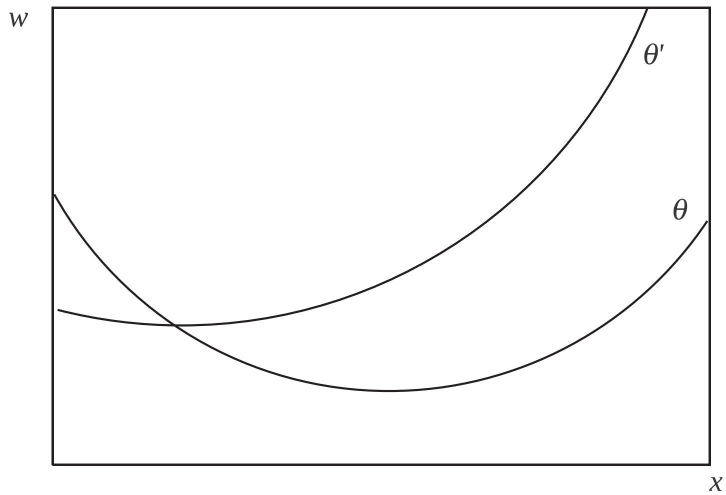
たとえば非線形価格の問題の例で $U = u(x,\theta) - t = \theta x - t$ と仮定しましょう．ここで $\theta > 0$ はタイプ θ の消費者による財 1 単位の評価額を表すと解釈できます．このとき，$u_x(x,\theta) = \theta$ ですから，仮定 (SCP) が満たされます．しかし，u_x が θ の厳密な増加関数か減少関数かは，タイプ変数 θ の定義の仕方にも依存する部分があります．非線形価格の例で，消費者の効用関数が $U = x/\theta - t$ で与えられているとしましょう．たとえば問題の財はインターネットへの接続サービス，x は接続時間，θ はネットサーフィンの機会費用 (たとえば仕事の忙しさ，電話の利用頻度，など) とします．この例では $u_x = \theta^{-1}$ ですから,「u_x は θ の厳密な減少関数」となるので仮定 (SCP) は成立しません．しかしこの違いはタイプ変数の定義 (順序関係) の相違によるものなので，単一交差性が満たされていないということにはなりません．

このようなタイプ変数の順序関係の相違による問題を除くために，以下では次の仮定を追加します．

---

[9] この仮定は，$u(\cdot)$ が (x,θ) に関して厳密に差分増加 (strict increasing differences) を満たすことを意味しています (付録 A.2 節を参照のこと)．しかし逆は必ずしも成立しません．

図1.5 単一交差性の仮定 $(\theta > \theta')$



仮定 1.3 u は θ の厳密な増加関数：任意の $x \in X$，$\theta, \theta' \in \Theta$ に対して，$\theta > \theta' \Rightarrow u(x,\theta) > u(x,\theta')$.

上記の議論から明らかなように，この仮定は本質的なものではありません．非線形価格の例で，$u(x,\theta) = \theta x$ ならばこの仮定は満たされますが，$u(x,\theta) = x/\theta$ の例では u は θ の厳密な減少関数となっています．しかしこの後者の例で $\tilde{\theta} = \theta^{-1}$ と定義しなおせば，u および u_x は $\tilde{\theta}$ の厳密な増加関数となり，$\tilde{\theta}$ をタイプ変数とすることによって仮定 1.2，1.3 が満たされるようになります．

第 1.1 節の例でも，u および u_x は厳密な減少関数になっています．しかし，同様にタイプ変数を適当に定義しなおすか，または仮定 1.2，1.3 をいずれも「厳密な減少関数」と読みかえて以下の分析を進めることができます．

以下，分析を 2 種類のケースに分けて行います．まずはじめにタイプ空間 Θ が有限のケース，続いて Θ が実数集合上の閉区間であるケースについて，それぞれ最適契約を求め，その特徴を考察します．

1.3 分析：タイプが離散変数のケース

まずこの節ではタイプ空間 Θ が有限のケースを扱い，$\Theta = \{\theta_0, \ldots, \theta_N\}$ と仮定します．第 1.1 節の例は $N = 1$ のケースに対応します．本節では第 1.1 節の例を，一般的に $N + 1$ 種類の可能なタイプがあるケースに拡張します．便宜的に各 θ_i は実数値で，$\theta_0 < \cdots < \theta_N$ と順序付けられていると仮定します．真のタイプが θ_i である確率を p_i とします．そして任意の $i = 0, \ldots, N$ に対して $p_i > 0$，すなわちどのタイプも正の確率で起こりうると仮定します．また確率分布関数を F_i で定義します．すなわち，任意の i に対して $F_i = \Pr\{\theta \leq \theta_i\} = \sum_{j=0}^{i} p_j$ です．ただし $F_N = 1$ となることに注意してください．

プリンシパルにとって最適なメカニズムを次の手順で求めます．まず第 1 に第 1.3.1 節で，単一交差性の仮定を用いて，メカニズムが誘因両立制約を満たすための条件を導出します．次に第 1.3.2 節で，導出された条件を用いてプリンシパルの問題を書き直し，最適な直接表明メカニズムを求めます．

1.3.1 誘因両立的なメカニズムの特徴付け

直接表明メカニズム $y(\cdot)$ が満たすべき誘因両立制約は次のように書けます．

$$u(x(\theta),\theta) + w(\theta) \geq u(x(\theta'),\theta) + w(\theta'), \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta. \tag{IC}$$

ここで $U(\theta'|\theta) = u(x(\theta'), \theta) + w(\theta')$ と定義しましょう．これは真のタイプが θ であるエージェントが，θ' であると報告したときの効用です．また，正直に申告したときの効用を $U(\theta) = U(\theta|\theta)$ と書きます．すると (IC) は

$$U(\theta) \geq U(\theta'|\theta), \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta \tag{IC$'$}$$

となります．

本節ではタイプは離散変数ですから，以下では「タイプが θ_i である」という報告に対して実施する配分を $y_i = (x_i, w_i)$ と書きます $(i = 0, \ldots, N)$．すると誘因両立制約は

$$U(\theta_i) = u(x_i, \theta_i) + w_i \geq u(x_j, \theta_i) + w_j = U(\theta_j|\theta_i), \quad i, j = 0, \ldots, N \tag{IC$_N$}$$

と書けます．またメカニズムはベクトルで表され，以下では $\boldsymbol{y} = (y_0, \ldots, y_N)$，$\boldsymbol{x} = (x_0, \ldots, x_N)$，$\boldsymbol{w} = (w_0, \ldots, w_N)$ のように，ベクトルを太字で記します．

まず仮定 1.3 により，誘因両立的なメカニズムの下では，より生産的なタイプほど高い効用を得るという結果が得られます[10)]．

補題 1.1　直接表明メカニズム $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ が誘因両立制約 (IC$_N$) を満たすならば，任意の $i = 1, \ldots, N$ について $U(\theta_i) > U(\theta_{i-1})$ が成り立つ．

(証明)　(IC$_N$) および仮定 1.3 により，$U(\theta_i) \geq U(\theta_{i-1}|\theta_i) > U(\theta_{i-1})$．☺

仮定 (SCP) のもたらす本質的な結果は，次の命題で与えられます．

命題 1.2　直接表明メカニズム $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ が誘因両立制約 (IC$_N$) を満たすための必要十分条件は，以下の局所的な条件が成立することである．

$$U(\theta_i) \geq U(\theta_{i-1}|\theta_i), \quad \forall i \geq 1 \tag{LICD}$$
$$U(\theta_i) \geq U(\theta_{i+1}|\theta_i), \quad \forall i \leq N-1 \tag{LICU}$$

(証明)　大域的な条件である (IC$_N$) が満たされれば，局所的な条件である (LICD) および (LICU) が満たされるので，必要性は明らか．

十分性を証明するために，(LICD) および (LICU) を仮定する．これらを書き直すと

$$U(\theta_i) - U(\theta_{i-1}|\theta_i) \geq 0 \geq U(\theta_i|\theta_{i-1}) - U(\theta_{i-1}), \quad i = 1, \ldots, N$$

となり，U の定義より，

$$u(x_i, \theta_i) - u(x_{i-1}, \theta_i) \geq u(x_i, \theta_{i-1}) - u(x_{i-1}, \theta_{i-1}), \quad i = 1, \ldots, N.$$

これを積分形で書き直すと，

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} [u_x(x, \theta_i) - u_x(x, \theta_{i-1})] dx \geq 0, \quad i = 1, \ldots, N.$$

この不等式と仮定 (SCP) により，単調性 $x_0 \leq \cdots \leq x_N$ が成立することがわかる．

以下，(IC$_N$) が成立することを数学的帰納法を用いて証明する．まず $N = 1$ のケースでは仮定 (LICD) および (LICU) より明らか．よって $N = M$ のケースで結論が成立することを仮定して，$N = M + 1$ のケースでも成立することを証明する．証明しなければならないのは，

$$u(x_{M+1}, \theta_{M+1}) + w_{M+1} \geq u(x_i, \theta_{M+1}) + w_i, \quad i = 0, \ldots, M, \tag{1.10}$$
$$u(x_i, \theta_i) + w_i \geq u(x_{M+1}, \theta_i) + w_{M+1}, \quad i = 0, \ldots, M, \tag{1.11}$$

という 2 種類の不等式群ということになる．ここでは (1.10) の証明を行う．(1.11) の証明も同様にできる．(LICD) により

$$u(x_{M+1}, \theta_{M+1}) - u(x_M, \theta_{M+1}) \geq w_M - w_{M+1}.$$

---

10) もしモデルが「u は θ の厳密な減少関数」となるように定式化されている場合には，補題 1.1 の結論は $U(\theta_i) < U(\theta_{i-1})$ となります．

また，数学的帰納法の仮定により，

$$u(x_M, \theta_M) - u(x_i, \theta_M) \geq w_i - w_M, \quad \forall i \leq M-1.$$

両辺を足しあわせると，

$$u(x_{M+1}, \theta_{M+1}) - u(x_M, \theta_{M+1}) + u(x_M, \theta_M) - u(x_i, \theta_M) \geq w_i - w_{M+1}, \quad i = 0, \ldots, M. \tag{1.12}$$

仮定 (SCP) と単調性 $x_M \geq x_i$ $(i = 0, \ldots, M-1)$ により

$$u(x_M, \theta_M) - u(x_i, \theta_M) \leq u(x_M, \theta_{M+1}) - u(x_i, \theta_{M+1}).$$

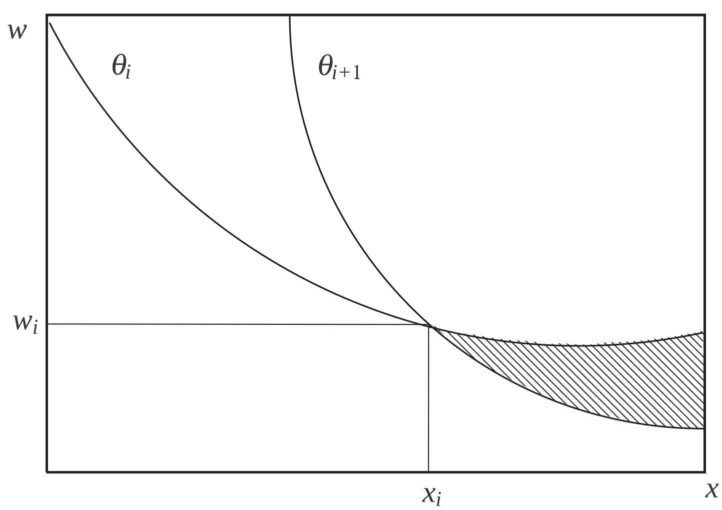
したがって (1.12) は，

$$u(x_{M+1}, \theta_{M+1}) - u(x_i, \theta_{M+1}) \geq w_i - w_{M+1}, \quad i = 0, \ldots, M$$

となり，(1.10) が示された．☺

命題 1.2 が意味するのは，誘因両立制約 (IC_N) という大域的な条件を，(LICD) および (LICU) という局所的な条件に置きかえることができるという性質です．さらに証明で明らかなように，メカニズムが誘因両立的であるならば，決定ルールは単調性を満たします．単調性が命題の条件に含まれていないのは，局所的条件 (LICD) および (LICU) からも単調性が導かれるからです．図 1.6 は，単一交差性と局所的条件から単調性が導かれることを図示しています．図で θ_i は，タイプ θ_i が選択する点 (x_i, w_i) を通る無差別曲線を表しています．一方 θ_{i+1} は，同じ点を通るタイプ θ_{i+1} の無差別曲線です．タイプ θ_{i+1} が選好する点 (x_{i+1}, w_{i+1}) はどこに位置するでしょうか．タイプ θ_i は (x_i, w_i) を (x_{i+1}, w_{i+1}) よりも (弱い意味で) 選好するので，(x_{i+1}, w_{i+1}) は θ_i の無差別曲線の下側に位置するはずです．一方タイプ θ_{i+1} は (x_{i+1}, w_{i+1}) を (x_i, w_i) よりも選好するので，(x_{i+1}, w_{i+1}) は θ_{i+1} の無差別曲線の上側に位置します．したがって，図の斜線の部分に存在することになり，単調性 $x_i \leq x_{i+1}$ が成立することがわかります．

図1.6 決定ルールの単調性



決定ルールの単調性を，命題 1.2 の系としてまとめておきましょう．

系 1.1　直接表明メカニズム $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ が誘因両立制約 (IC_N) を満たすならば $x_0 \leq \cdots \leq x_N$ が成り立つ．

1.3.2　最適なメカニズムの導出

命題 1.2 により，プリンシパルの問題は次のようになります．

問題　($\mathbf{P}_N$)

$$\max_{\boldsymbol{y}} \sum_{i=0}^{N} p_i[S(x_i,\theta_i) - U(\theta_i)] \tag{1.13}$$

$$\text{subject to (LICD), (LICU), and}$$

$$U(\theta_i) \geq \overline{U}, \quad i = 0, \ldots, N \tag{PC$_N$}$$

この問題 (P_N) の制約式を，さらに次のように書きかえることができます．まず参加制約 (PC_N) を，タイプ θ_0 の参加制約のみに簡単化できます．これは第 1.1 節の例で，第 1.1.4 節のステップ 2 に対応します．第 2 に，2 種類の局所的な誘因両立制約のうち (LICU) を無視し，その代わりに決定ルールの単調性の制約が追加されます．この変換は第 1.1.4 節のステップ 4 に (ほぼ) 対応しています．

補題 1.2　メカニズム $\boldsymbol{y}$ がプリンシパルの問題 (P_N) の解であるための必要十分条件は，$\boldsymbol{y}$ が以下の緩和された問題の解であることである．

問題　($\mathbf{P}'_N$)

$$\max_{\boldsymbol{y}} \sum_{i=0}^{N} p_i[S(x_i,\theta_i) - U(\theta_i)] \tag{1.14}$$

$$\text{subject to (LICD)}, \; U(\theta_0) \geq \overline{U}, \; \text{and}$$

$$x_0 \leq \cdots \leq x_N \tag{M$_N$}$$

(証明)　必要性 ($\Rightarrow$)：系 1.1 より自明．

十分性 ($\Leftarrow$)：まず緩和された問題 (P'_N) の解が (PC_N) を満たすことは，$U(\theta_0) \geq \overline{U}$ および補題 1.1 より明らか．したがって示されなければならないのは，緩和された問題の解が (LICU) を満たすことである．これを以下のように 2 ステップで示す．

ステップ 1：緩和された問題 (P'_N) の解は (LICD) をすべて等号で満たす．この主張を示すために，解を $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ とし，ある i について $u(x_i,\theta_i) + w_i > u(x_{i-1},\theta_i) + w_{i-1}$ と仮定する．このとき $\epsilon > 0$ を以下の式を満たすように選ぶことができる．

$$u(x_i,\theta_i) + w_i - \epsilon > u(x_{i-1},\theta_i) + w_{i-1}$$

ここで新しいメカニズム $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w}')$ を次のように定義する：

$$w'_k = \begin{cases} w_k, & \text{if } k = 0, \ldots, i-1 \\ w_k - \epsilon, & \text{if } k = i, \ldots, N \end{cases}$$

新しいメカニズムが緩和された問題 (P'_N) のすべての制約式を満たしていることを，容易に確認できる．さらに新しいメカニズムは，プリンシパルの期待効用を元のメカニズム $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ の下での期待効用から増加させるので，$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ が (P'_N) の解であることと矛盾する．よって (LICD) はすべて等号で成立しなければならない．

ステップ 2：緩和された問題 (P'_N) の解は (LICU) を満たす．これを示すためにまずステップ 1 によって，緩和された問題の解 $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ は

$$u(x_i,\theta_i) - u(x_{i-1},\theta_i) = w_{i-1} - w_i, \quad i = 1, \ldots, N$$

を満たす．単調性 (M_N) と仮定 (SCP) により，

$$u(x_i,\theta_i) - u(x_{i-1},\theta_i) \geq u(x_i,\theta_{i-1}) - u(x_{i-1},\theta_{i-1}), \quad i = 1, \ldots, N.$$

したがって

$$u(x_i,\theta_{i-1}) - u(x_{i-1},\theta_{i-1}) \leq w_{i-1} - w_i, \quad i = 1, \ldots, N.$$

これは (LICU) に他ならない．☺

プリンシパルの問題をここまで緩和すれば，解くことはもう難しくありませんが，もう一歩簡単化しておきましょう．プリンシパルの選択変数はベクトル $\boldsymbol{x}$ および $\boldsymbol{w}$ ですが，x_i を所与とすると，w_i を決めればタイプ i の効用 $U_i = U(\theta_i) = u(x_i,\theta_i) + w_i$ も決まりますし，逆も言えます．したがって，プリンシパルの問題を $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{U} = (U_0, \ldots, U_N)$ の決定問題に変換しましょう．

問題　($\mathbf{P}_N''$)

$$\max_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{U}} \sum_{i=0}^{N} p_i[S(x_i,\theta_i) - U_i] \tag{1.15}$$

$$\text{subject to } (\mathrm{M}_N),\ U_0 \geq \overline{U},\ \text{and}$$

$$U_i - U_{i-1} \geq u(x_{i-1},\theta_i) - u(x_{i-1},\theta_{i-1}), \quad i = 1,\ldots,N \tag{LICD$'$}$$

以下では単調性 (M_N) を無視してキューン・タッカー条件を求め，後で解が単調性を満たすための条件を与えます．応用を目的として特定化されたモデルの多くは，その条件を満たしています．タイプ i に対する誘因両立制約 (LICD$'$) のラグランジュ乗数 を λ_i ($i = 1,\ldots,N$)，参加制約 $U_0 \geq \overline{U}$ に対するラグランジュ乗数を λ_0 とします．ラグランジュ関数を

$$\begin{aligned} L = &\sum_{i=0}^{N} p_i[S(x_i,\theta_i) - U_i] + \lambda_0[U_0 - \overline{U}] \\ &+ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i[U_i - U_{i-1} - u(x_{i-1},\theta_i) + u(x_{i-1},\theta_{i-1})] \end{aligned}$$

と定義し，$i = 0,\ldots,N$ について $\partial L/\partial x_i = 0$ および $\partial L/\partial U_i = 0$ を計算すると，次のような一階条件が得られます．

$$p_i S_x(x_i,\theta_i) = \lambda_{i+1}[u_x(x_i,\theta_{i+1}) - u_x(x_i,\theta_i)], \quad i = 0,\ldots,N-1 \tag{1.16}$$

$$p_N S_x(x_N,\theta_N) = 0 \tag{1.17}$$

$$-p_i + \lambda_i - \lambda_{i+1} = 0, \quad i = 0,\ldots,N-1 \tag{1.18}$$

$$-p_N + \lambda_N = 0 \tag{1.19}$$

これらの条件から

$$\lambda_i = \sum_{j=i}^{N} p_j = 1 - F_{i-1} > 0, \quad i = 0,\ldots,N. \tag{1.20}$$

(ただし $F_{-1} = 0$ と定義します．) したがってキューン・タッカー条件の相補性から，制約式がすべて等号で成立することを確認できます．そして (1.20) を一階条件に代入することによって，最適なメカニズムを特徴付けることができます．

その結果を述べる前に，無視していた単調性 (M_N) が満たされるための条件を仮定しておきましょう．そのために次の関数を定義します[11)]．

$$\Phi(x_i,\theta_i) = S(x_i,\theta_i) - \frac{1-F_i}{p_i}[u(x_i,\theta_{i+1}) - u(x_i,\theta_i)], \quad i = 0,\ldots,N \tag{1.21}$$

(1.16) および (1.20) から，最適な x_i の満たすべき一階条件は $\Phi_x(x_i,\theta_i) = \partial\Phi/\partial x_i(x_i,\theta_i) = 0$ となります．

仮定 1.4　任意の $\theta, \theta' \in \Theta$ に対して以下の仮定をおく．

(i)　$\Phi(\cdot)$ は準凹 (quasi-concave) で，x に関する最大化の解は内点となる．

(ii)　$\Phi(\cdot)$ は (x,θ) に関して差分増加：$\theta > \theta'$ ならば，任意の $x \in X$ に対して $\Phi_x(x,\theta) - \Phi_x(x,\theta') \geq 0$.

最初の仮定 (i) は，キューン・タッカー条件が必要十分となり，また解が境界値をとらないようにするための標準的な仮定です．この仮定を満たすために $u(x,\theta)$ や $v(x,\theta)$ に課される条件は，それほど厳しいものではありません．この仮定の下で，次の仮定 (ii) は最適な x_i が i について増加関数となる，すなわち単調性 (M_N) が満たされるための十分条件を与えています (付録 A.2 節参照)．

---

11) 定義によれば関数 Φ は i に依存しているように見えます．しかし，p_i は真のタイプが θ_i である確率，F_i は真のタイプが θ_i 以下の確率ですから，Φ は θ_i を通してのみ i に依存しています．したがって，表記が複雑になるのを避けるために Φ で表すことにします．

命題 1.3　最適なメカニズム $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w})$ は以下の性質を満たす.

$$S_x(x_i, \theta_i) = \frac{1 - F_i}{p_i}[u_x(x_i, \theta_{i+1}) - u_x(x_i, \theta_i)], \quad i = 0, \ldots, N-1 \tag{1.22}$$

$$S_x(x_N, \theta_N) = 0 \tag{1.23}$$

$$U_0 = \overline{U} \tag{1.24}$$

$$U_i = \overline{U} + \sum_{j=1}^{i}[u(x_{j-1}, \theta_j) - u(x_{j-1}, \theta_{j-1})], \quad i = 1, \ldots, N \tag{1.25}$$

これらの結果は，第 1.1 節の例で得られた結果を一般化するものです．まず (1.23) より，最も効率的なタイプ θ_N のエージェントの活動は，ファーストベストの水準に決められていることがわかります．しかし他のタイプについては，(1.22) よりファーストベストよりも低い水準に決められます[12)]．一方 (1.24) によりタイプ θ_0 の効用は留保効用に等しいですが，(1.25) により，他のタイプは留保効用よりも厳密に大きい効用を手に入れることがわかります．タイプ θ_i の得る情報レントは

$$\sum_{j=1}^{i}[u(x_{j-1}, \theta_j) - u(x_{j-1}, \theta_{j-1})]$$

で，自分よりも非効率的なすべてのタイプ $(j = 0, \ldots, i-1)$ について，その生産量 x_j が大きいほど情報レントは大きくなります (仮定 (SCP) によります)．したがってプリンシパルは，その情報レントを下げるために，生産量 x_j を小さくしようとする誘因が働き，ファーストベストよりも低い水準になってしまいます．

1.4　分析：タイプが連続変数のケース

アドバース・セレクションの下での契約設計の分析を応用する研究の多くは，可能なタイプの集合が連続のモデルを用いています．本節ではタイプ空間を $\Theta = [\theta_0, \theta_1]$ という実数集合上の閉区間と仮定します．Θ 上の確率密度関数を $f(\theta)$ とし，簡単化のために任意の $\theta \in \Theta$ に対して $f(\theta) > 0$ を仮定します．また，確率分布関数を $F(\theta)$ と記します．さらにプリンシパルとエージェントの効用関数は各変数に関して 2 階連続微分可能であると仮定します．仮定 1.2 (SCP) および 1.3 により $u_\theta > 0$ かつ $u_{x\theta} > 0$ が成立します．

タイプ空間が連続な場合には数学的にテクニカルな問題が生じてきます．最適制御理論 (optimal control theory) を用いることによって，プリンシパルの契約設計の最適化問題を直接解くことができますが，そのためにはプリンシパルの選択するメカニズムが (ほとんど至るところで) 連続微分可能であることを仮定しなければなりません．

本節では最適制御理論を用いない方法を解説します．この方法を適用できるケースは，最適制御理論を用いる場合と比べて限定されますが，その代わりにメカニズムに微分可能性などの条件を課さずに解くことができます．手順はタイプ空間が離散変数の場合と同様です．まず大域的な誘因両立制約を局所的な条件で置きかえ，それからプリンシパルの最適契約設計の問題を解きます．

1.4.1　誘因両立的なメカニズムの特徴付け ♠♠

一般的な誘因両立制約は (IC) または (IC′) ですでに与えられていますが，読者の便宜のために再提示しておきましょう．

$$U(\theta) = u(x(\theta), \theta) + w(\theta) \geq u(x(\theta'), \theta) + w(\theta') = U(\theta'|\theta), \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta \tag{IC}$$

まず補題 1.1 と同様に，(IC) および仮定 1.3 により，$\theta > \theta'$ ならば $U(\theta) \geq U(\theta'|\theta) > U(\theta')$，すなわちより生産的なエージェントほど高い効用を得ます．

補題 1.3　直接表明メカニズム $y(\cdot)$ が誘因両立制約 (IC) を満たすならば，$U(\theta)$ は厳密な増加関数となる．

---

12) 決定ルールの単調性により，セカンドベストの決定ルールは $x_0 \leq \cdots \leq x_N$ を満たしますが，ファーストベストの決定ルールは，必ずしもそのような単調性を満たすとは限らないことに注意してください．一般にプリンシパルの効用関数 $v(x, \theta)$ が θ に依存するためです．なお第 1.1 節の例では $v(x, \theta)$ が θ に依存しないので，エージェントの効用関数が (SCP) を満たせば，ファーストベストとセカンドベストの決定ルールはどちらもタイプに関して単調減少となります．

次に，仮定 (SCP) によって誘因両立的なメカニズムがどのように特徴付けられるかを考察するために，とりあえずメカニズム $y(\cdot)$ が 2 階連続微分可能と仮定してみましょう．すると $U(\theta'|\theta)$ も 2 階連続微分可能です．$U_1(\theta) = U_1(\theta|\theta)$ をメッセージ θ に関する U の偏導関数，$U_2(\theta) = U_2(\theta|\theta)$ を真のタイプ θ に関する偏導関数と定義します[13]．すると誘因両立制約の一階条件は $U_1(\theta) = 0$ と書けます．よって包絡線定理により

$$\frac{dU(\theta)}{d\theta} = U_1(\theta) + U_2(\theta) = U_2(\theta) = u_\theta(x(\theta), \theta) \tag{EC}$$

となります．$U(\theta)$ が連続微分可能なので，両辺の積分をとっても等号が成立します．

$$U(\theta) = U(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\theta} u_\theta(x(s), s) ds, \quad \forall \theta \in \Theta \tag{EC$'$}$$

(EC) または (EC$'$) が，タイプが離散変数のときに求めた局所的な条件 (LICD) および (LICU) に対応します．

次に一階条件 $U_1(\theta) = 0$ を θ で全微分すると，

$$U_{11}(\theta) + U_{12}(\theta) = 0$$

となります．よって局所的な条件 (EC) が十分であるための二階条件 $U_{11}(\theta) \leq 0$ は，$U_{12}(\theta) \geq 0$ ならば成り立ちます．これを書きかえると，

$$u_{\theta x}(x(\theta), \theta) x'(\theta) \geq 0.$$

したがって仮定 (SCP) の下では，メカニズムの単調性 $x'(\theta) \geq 0$ が局所条件の十分性を保証します．

以下の命題 1.4 で，メカニズムに追加条件を課さずに以上の結果を導出します．まず次の補題は，メカニズムが誘因両立制約を満たすならば，$U(\cdot)$ が微分可能な点 θ で (EC) が成り立つことを意味しています．

補題 1.4 $\theta \in \Theta = [\theta_0, \theta_1]$ とする．このとき，

(i) $\theta > \theta_0$ かつ $U(\cdot)$ が θ で左側微分可能ならば，$U'(\theta-) \leq u_\theta(x(\theta), \theta)$.
(ii) $\theta < \theta_1$ かつ $U(\cdot)$ が θ で右側微分可能ならば，$U'(\theta+) \geq u_\theta(x(\theta), \theta)$.
(iii) $\theta \in (\theta_0, \theta_1)$ かつ $U(\cdot)$ が θ で微分可能ならば，$U'(\theta) = u_\theta(x(\theta), \theta)$.

(証明) 任意の $\theta, \theta' \in \Theta$ に対して，誘因両立制約より

$$U(\theta') \geq U(\theta|\theta') = U(\theta) + [u(x(\theta), \theta') - u(x(\theta), \theta)].$$

よって

$$U(\theta) - U(\theta') \leq u(x(\theta), \theta) - u(x(\theta), \theta'). \tag{1.26}$$

(i) $\theta > \theta'$ と仮定して両辺を $\theta - \theta' > 0$ で割ると，

$$\frac{U(\theta) - U(\theta')}{\theta - \theta'} \leq \frac{u(x(\theta), \theta) - u(x(\theta), \theta')}{\theta - \theta'}.$$

$U(\cdot)$ が θ で左側微分可能ならば，$\theta' \to \theta-$ により結論が得られる．**(ii)** $\theta < \theta'$ と仮定して (1.26) の両辺を $\theta' - \theta > 0$ で割ると，

$$\frac{U(\theta') - U(\theta)}{\theta' - \theta} \geq \frac{u(x(\theta), \theta') - u(x(\theta), \theta)}{\theta' - \theta}.$$

$U(\cdot)$ が θ で右側微分可能ならば，$\theta' \to \theta+$ により結論が得られる．**(iii)** $U(\cdot)$ が θ で微分可能なので，θ で左側微分可能かつ右側微分可能．したがって (i)，(ii) より結論が得られる．☺

次の補題は，単調性がメカニズムが誘因両立制約を満たすための必要条件であることを示しています．

---

[13] すなわち，

$$U_1(\theta) = \frac{\partial U(\theta'|\theta)}{\partial \theta'}\Big|_{\theta'=\theta}$$
$$U_2(\theta) = \frac{\partial U(\theta'|\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta'=\theta}$$

で定義されます．

補題 1.5 メカニズム $y(\cdot) = (x(\cdot), w(\cdot))$ が誘因両立制約を満たすならば，$x(\cdot)$ は増加関数である．

(証明) 任意の $\theta, \theta' \in \Theta$ に対して，誘因両立制約より

$$U(\theta) \geq U(\theta'|\theta) = U(\theta') + [u(x(\theta'), \theta) - u(x(\theta'), \theta')].$$

よって

$$U(\theta) - U(\hat{\theta}) \geq u(x(\hat{\theta}), \theta) - u(x(\hat{\theta}), \hat{\theta}). \tag{1.27}$$

(1.26)，(1.27) より

$$u(x(\theta), \theta) - u(x(\theta), \theta') \geq U(\theta) - U(\theta') \geq u(x(\theta'), \theta) - u(x(\theta'), \theta'). \tag{1.28}$$

したがって，仮定 (SCP) より $x(\theta) \geq x(\theta')$． ☺

命題 1.4 ある定数 L が存在し，任意の $x \in X$，$\theta \in \Theta$ に対して $u_\theta(x, \theta) < L$ が成立すると仮定する．このときメカニズム $y(\cdot) = (x(\cdot), w(\cdot))$ が誘因両立制約を満たすための必要十分条件は，次の 2 つの条件で与えられる．

(a) 包絡線条件 (the envelope condition)：(EC$'$)．
(b) 単調性：$x(\cdot)$ は増加関数．

(証明) **必要性** ($\Rightarrow$)：単調性 (b) はすでに補題 1.5 で証明されているので，(EC$'$) を示せばよい．しかし $x(\cdot)$ の単調性により，$x(\cdot)$ はほとんど至るところで微分可能 (つまり高々有限個の点で微分可能でない) で，その結果補題 1.4 より，ほとんどすべての θ で (EC) が成り立つ．しかし，(EC) の両辺の積分をとったときに等号が成立するとは限らない．等号が成立しその結果 (EC$'$) がいえるための十分条件は，ある定数 K が存在して，

$$|U(\theta) - U(\theta')| < K|\theta - \theta'|, \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta \tag{1.29}$$

で与えられる[14)]．以下でこの条件が成立することを示す．任意の $\theta, \theta' \in \Theta$，$\theta > \theta'$ に対して，

$$\begin{aligned} |U(\theta) - U(\theta')| &= \left| \sup_{t \in \Theta} U(t|\theta) - \sup_{t' \in \Theta} U(t'|\theta') \right| \leq \sup_{t \in \Theta} |U(t|\theta) - U(t|\theta')| \\ &= \sup_{t \in \Theta} |u(x(t), \theta) - u(x(t), \theta')| \,. \end{aligned}$$

$u(x, \theta)$ は θ に関して連続微分可能なので $u(x(t), \theta) - u(x(t), \theta') = \int_{\theta'}^{\theta} u_\theta(x(t), s) ds$．したがって，

$$\begin{aligned} \sup_{t \in \Theta} |u(x(t), \theta) - u(x(t), \theta')| &= \sup_{t \in \Theta} \left| \int_{\theta'}^{\theta} u_\theta(x(t), s) ds \right| \\ &\leq \int_{\theta'}^{\theta} \sup_{t \in \Theta} |u_\theta(x(t), s)| \, ds \\ &\leq \int_{\theta'}^{\theta} u_\theta(x(\theta_1), s) ds. \end{aligned}$$

最後の不等号は仮定 1.2，1.3，および $x(\cdot)$ の単調性による．したがって $K = L$ とおくことによって命題の仮定により (1.29) が示された．よって (EC) により包絡線条件 (EC$'$) が得られる．

十分性 ($\Leftarrow$)：もしも誘因両立制約が満たされないならば，ある $\theta, \hat{\theta}$ が存在して

$$U(\hat{\theta}|\theta) > U(\theta)$$

が成り立つ．よって

$$u(x(\hat{\theta}), \theta) - u(x(\hat{\theta}), \hat{\theta}) > U(\theta) - U(\hat{\theta}).$$

---

14) この条件を満たすならば，$U(\cdot)$ は $[\theta_0, \theta_1]$ 上で**絶対連続** (absolutely continuous) となります．そして $U(\cdot)$ が絶対連続であることは，(EC$'$) が成り立つための必要十分条件です．絶対連続および必要性の証明に使われる数学については，ルベーグ積分や函数解析の入門書を参照してください．私が学生時代から使っている本は，コルモゴロフ，フォミーン (山崎三郎，柴岡泰光訳)『函数解析の基礎　原書第 4 版　下』岩波書店，1979 年，第 6 章 (対応する英語版は A. N. Kolmogorov and S. V. Fomin, *Introductory Real Analysis*, New York, Dover, 1970, Chapter 9)，H. L. Royden, *Real Analysis, Second Edition*, Macmillan 1968 などです．

左辺を積分形に直し，右辺に (a) を適用すると

$$\int_{\hat{\theta}}^{\theta} u_\theta(x(\hat{\theta}), s)ds > \int_{\hat{\theta}}^{\theta} u_\theta(x(s), s)ds.$$

となるので，

$$\int_{\hat{\theta}}^{\theta} [u_\theta(x(\hat{\theta}), s) - u_\theta(x(s), s)]ds > 0$$

と書き直せる．しかし (b) および (SCP) $u_{x\theta} > 0$ の下ではこの不等式は成立し得ない．☺

1.4.2 最適なメカニズムの導出♠

プリンシパルの最適契約設計の問題は次のように書けます．

問題 (P)

$$\max_{y(\cdot)} \int_{\theta_0}^{\theta_1} [S(x(s), s) - U(s)]f(s)ds \tag{1.30}$$

$$\text{subject to (EC}'\text{)},$$

$$x(\theta) \geq x(\theta'), \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta, \theta > \theta', \tag{M}$$

$$U(\theta) \geq \overline{U}, \quad \forall \theta \in \Theta \tag{PC}$$

制約式のうちまず補題 1.3 により，(PC) は $U(\theta_0) \geq \overline{U}$ に置きかえられます．次に，タイプ空間が有限の場合とは異なり誘因両立制約はすでに等式で与えられているので，目的関数を (EC$'$) を用いて書き直します．

$$\begin{aligned}\int_{\theta_0}^{\theta_1} U(s)f(s)ds &= -U(s)[1-F(s)]\Big|_{\theta_0}^{\theta_1} + \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{dU(s)}{d\theta}\frac{1-F(s)}{f(s)}f(s)ds \\ &= U(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\theta_1} u_\theta(x(s), s)\frac{1-F(s)}{f(s)}f(s)ds.\end{aligned} \tag{1.31}$$

最初の等式は左辺を部分積分することによって導出されます．ただし部分積分の仕方には少しトリックがあります．$f(s)$ について積分しますが，$f(s)$ の原始関数 (微分すると $f(s)$ となる関数) として $F(s)$ ではなく $-(1-F(s))$ を選んでいます．それから $U(s)$ を微分して第 2 項を得ています．後半の等式では，$F(\theta_0) = 0$，$F(\theta_1) = 1$，および (EC) を用いています．このような変換を行うことによって，(1.31) に参加制約 $U(\theta_0) \geq \overline{U}$ を適用することができます[15)]．

目的関数に (1.31) を代入することによって，問題 (P) は次のように書きかえられます．

問題 (P$'$)

$$\max_{x(\cdot)} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \left[S(x(s), s) - u_\theta(x(s), s)\frac{1-F(s)}{f(s)}\right] f(s)ds - U(\theta_0) \tag{1.32}$$

$$\text{subject to (M) and } U(\theta_0) \geq \overline{U}$$

この問題の解は，明らかに最後の制約式を等号で満たします．よって $U(\theta_0) = \overline{U}$ を目的関数 (1.32) に代入します．さらに離散変数のケースと同様に，次の関数を定義します．

$$\Phi(x, \theta) = S(x, \theta) - \frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}u_\theta(x, \theta) \tag{1.33}$$

こうしてプリンシパルの問題は，単調性 (M) の制約の下で $E_\theta[\Phi(x, \theta)]$ を最大にする問題となります．離散変数のケースと同様に，以下では単調性の制約をとりあえず無視して解きます．任意の $\theta \in \Theta$ について $\Phi(\cdot, \theta)$ が準凹で内点解となる仮定 1.4 (i) の下で，最適な $x(\theta)$ の満たす一階条件は

$$\Phi_x(x(\theta), \theta) = 0, \quad \forall \theta \in \Theta \tag{1.34}$$

15) ここでは部分積分を用いて変形しましたが，代わりに (EC$'$) を直接 (1.31) の左辺の $U(s)$ に代入し，積分順序を交換することによっても (1.31) の右辺を得ることができます (練習問題)．

となります[16]．こうして $x(\theta)$ が決まると，(EC$'$) および $U(\theta_0)=\overline{U}$ より

$$w(\theta)=-u(x(\theta),\theta)+\overline{U}+\int_{\theta_0}^{\theta}u_\theta(x(s),s)ds \tag{1.35}$$

となり，移転ルールも決まります．

この解が単調性の制約を満たすかどうかの確認ですが，仮定 1.4 (ii)，すなわち任意の $x\in X$，$\theta\in\Theta$ において $\Phi_{x\theta}(x,\theta)\geq 0$，が成立すれば単調性も成立します (付録 A.2 節参照)．Φ の定義 (1.33) および $S(x,\theta)=u(x,\theta)+v(x,\theta)$ より，次の 3 つの条件がすべて満たされれば仮定 1.4 (ii) が成り立ちます．

(a) $v_{x\theta}(x,\theta)\geq 0,\ \forall x\in X,\forall\theta\in\Theta$
(b) $u_{x\theta\theta}(x,\theta)\leq 0,\ \forall x\in X,\forall\theta\in\Theta$
(c) $d\left(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right)/d\theta\leq 0,\ \forall\theta\in\Theta$

このうち (a) は，たとえば $v(x,\theta)$ が θ に依存しなければ成立しますし，(b) は $u(x,\theta)$ が $x+\theta$ にのみ依存するようなモデルでは仮定 1.4 (i) により満たされます．最後の (c) は，**単調危険率条件** (monotone hazard rate condition, MHRC) と呼ばれる性質です．危険率 (hazard rate) とは $\lambda(\theta)=f(\theta)/(1-F(\theta))$ で与えられるもので，θ を時間，$f(\theta)dt$ を機械が第 θ 期から第 $\theta+dt$ 期の間に故障する確率とすると，第 θ 期まで故障していないときに次の dt の間に故障する条件付き確率は $\lambda(\theta)dt$ となります．この危険率が単調に増加するという特徴は，時間が経つほど機械が故障しやすくなることを意味し，一様分布，正規分布，指数分布など多くの典型的な分布関数に対して成立します (指数分布のときは，$\lambda(\theta)$ は θ に依存せず一定になります)．

命題 1.5　もしも $x(\theta)$ が (1.34) を満たし，$w(\theta)$ が (1.35) で決まるならば，$y(\cdot)=(x(\cdot),w(\cdot))$ はプリンシパルの問題の解となる．

これらの結果は，離散変数のケースでの結果に対応しています．包絡線条件 (EC$'$) より，最も非効率的なタイプ θ_0 以外のすべてのタイプ θ は，情報レント $\int_{\theta_0}^{\theta}u_\theta(x(s),s)ds$ を手に入れることがわかります．最適な行動ルールを決める条件 (1.34) を書き直すと，

$$S_x(x(\theta),\theta)f(\theta)=(1-F(\theta))u_{x\theta}(x(\theta),\theta) \tag{1.36}$$

となります．右辺は $\theta=\theta_1$ のケースを除いて正ですから，最も効率的なタイプ以外のタイプのエージェントに指示される行動水準は，ファーストベストの水準より低くなります．この歪みは，もちろんエージェントへの情報レントを抑えるという動機から生じます．等式 (1.36) の左辺は，タイプ θ の x をわずかに増加させることによる期待総余剰の増分を表しますが，右辺はそのような変化による，θ 以上のタイプの情報レントの増分を表しています．$1-F(\theta)$ はタイプが θ 以上である確率です．最適な $x(\theta)$ は，これらの費用便益のバランスで決まります．

1.4.3　連続変数のモデルの例

□ 非線形価格

プリンシパルが企業，エージェントが消費者で，消費者の効用は $U=\theta x-t$，企業の効用は $V=t-c(x)$ で与えられる例に適用してみましょう．ただし $\theta_0>0$，$X=[0,+\infty)$ を仮定します．Spence-Mirrlees の単一交差性の仮定 1.2 および 1.3 が満たされていることを確認してください[17]．(1.33) で定義される $\Phi(x,\theta)$ は，

$$\Phi(x,\theta)=\theta x-c(x)-\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}x$$

となります．費用関数 c の凸性を仮定すれば，Φ は x に関して凹となります．また単調危険率条件 (MHRC) を仮定すれば $\Phi_{x\theta}\geq 0$ となって，一階条件から得られる $x(\theta)$ は増加関数となり，単調性の制約が満たされます．一階条

16) これは通常の静学的な最大化問題の一階条件に対応するもので，変分法におけるオイラー方程式と呼ばれるものです．たとえば西村清彦『経済学のための最適化理論入門』東京大学出版会，1990 年，第 3 章を参照してください．

17) 厳密には $x=0$ では仮定 1.3 は満たされませんが，分析結果には影響を与えません．

件は,

$$f(\theta)(\theta - c'(x(\theta))) = 1 - F(\theta), \quad \forall\theta \in \Theta$$

となります.

□ 調達問題

第 1.1 節の部品調達の問題を，タイプが連続変数のケースに拡張してみましょう．プリンシパルは調達企業，エージェントはサプライヤーで，$U = w - c(x, \theta)$，$V = b(x) - w$ です．ただし $X = [0, +\infty)$ として，任意の $\theta \in \Theta$ および $x > 0$ において $c_\theta(0, \theta) \geq 0$，$c_\theta(x, \theta) > 0$，$c_{x\theta}(x, \theta) > 0$，$c_{xx}(x, \theta) \geq 0$ を仮定します．第 1.1 節の例では $c(x, \theta) = \theta x$ で，これらの仮定を満たしています．このモデルは $u(x, \theta) = -c(x, \theta)$ に対応しますから，u も u_x も θ について厳密な減少関数となり，仮定 1.2 および 1.3 とは大小関係が逆になります．その結果，まずメカニズムが誘因両立的であるための必要十分条件を与える命題 1.4 において，(a) 包絡線条件は

$$U(\theta) = U(\theta_1) + \int_\theta^{\theta_1} c_\theta(x(s), s) ds, \quad \forall\theta \in [\theta_0, \theta_1],$$

そして (b) 単調性は,「$x(\theta)$ は減少関数」となります．また $U(\theta)$ は厳密な減少関数です.

第 1.4.2 節の目的関数の書き直しの手順にしたがうと,

$$\int_{\theta_0}^{\theta_1} U(s) f(s) ds = U(\theta_1) + \int_{\theta_0}^{\theta_1} c_\theta(x(s), s) \frac{F(s)}{f(s)} f(s) ds$$

より，$\Phi(x, \theta)$ は

$$\Phi(x, \theta) = b(x) - c(x, \theta) - c_\theta(x, \theta) \frac{F(\theta)}{f(\theta)}$$

となります．$c_{\theta xx} \geq 0$ を仮定すれば Φ は x の凹関数になりますので，最適な $x(\theta)$ は一階条件

$$b'(x(\theta)) = c_x(x(\theta), \theta) + c_{\theta x}(x(\theta), \theta) \frac{F(\theta)}{f(\theta)}, \quad \forall\theta \in \Theta$$

で決まります．さらに $c_{x\theta\theta} \geq 0$ かつ F/f が θ の増加関数ならば $\Phi_{x\theta} \leq 0$ となり，$x(\cdot)$ は減少関数となって単調性が満たされます．最後の確率分布に関する条件は，一様分布，正規分布，指数分布など多くの分布関数で満たされます[18)]．なお第 1.1 節の例 $c(x, \theta) = \theta x$ では，$\theta + F(\theta)/f(\theta)$ が増加関数であるという条件のみで十分です.

1.4.4 コメント

1. もしも (1.34) で決まる $x(\theta)$ が単調性 (M) を満たさない場合には，この制約式を明示的に考慮して問題を解かなければならなくなります．この解を $\hat{x}(\theta)$ と書きましょう．この $\hat{x}(\theta)$ と単調性を無視して解いて得た $x(\theta)$ との間には，一定の関係があります．解 $\hat{x}(\theta)$ には，単調性の制約が効くために θ に依存せず平坦になる部分と，制約が効かずに厳密に単調増加する部分とが出てきます．後者の部分がない，つまりすべての θ に対して $\hat{x}(\theta)$ が同一の値になるということはありません．そして厳密に単調増加する部分では，$\hat{x}(\theta)$ と $x(\theta)$ は一致します．詳しくは Fudenberg and Tirole (1991, Chapter 7) や Laffont (1989, Chapter 10) を参照してください.
2. 本章ではエージェントの各報告に対して，いくつかの配分の中からあらかじめに決められた確率分布にしたがって，プリンシパルがひとつの配分を選ぶという確率的メカニズムを無視して分析を行いました．しかし確率的メカニズムが最適となる可能性もあります．プリンシパルはエージェントの情報レントを減少させる誘因をもち，情報レントは u_θ に依存しますから，もしも u_θ が x について凹ならば，確率的メカニズムによって情報レントをさらに引き下げることが望ましくなってきます．しかし $u_{\theta xx} \geq 0$ を仮定すればそのような可能性はなくなり，本章の分析結果が有効になります．第 1.4.3 節のいずれの例でもこの仮定が満たされています.

---

18) この仮定自体を単調危険率条件と呼ぶ文献もあります．たとえば Laffont and Tirole (1993).

3. 本章のモデルでは，エージェントの私的情報は 1 次元の変数 θ で表されました．しかし，企業が費用構造と需要状況について私的情報を持っている場合や，複数の種類の財を消費する買手の各財の評価額が私的情報である場合などでは，θ は多次元の変数となります．モデルによっては，多次元のタイプ変数を新たに 1 次元のタイプ変数に変換して，分析を拡張することができます．しかし一般的な分析は複雑で，1 次元のケースのようなきれいな結果は得られません．Rochet and Stole (2000) を参照してください．

1.5　文献ノート

第 1.3 節の一般的なモデルの分析は，Lars Stole の未発表の講義ノート Stole (1998) を参考にしています．より一般的な最適制御理論 (optimal control theory) を用いて第 1.4 節の連続変数のモデルを解く方法については，Fudenberg and Tirole (1991, Chapter 7)，Laffont (1989, Chapter 10) を参照してください．

メカニズム・デザイン問題および表明原理についての詳しい説明と文献については，Fudenberg and Tirole (1991, Chapters 6, 7) を参照してください．Myerson (1985) は，表明原理とその利用法の発展に貢献した研究者自身による簡潔な紹介論文です．

Spence-Mirrlees の単一交差性という呼び方は，この条件を最初に利用して分析した 2 人の経済学者の名前からとられています．A. Michael Spence はシグナリングの理論にこの仮定を用いました．古典的文献は Spence (1974) です．ゲーム理論に依拠した現代的解説としては，Kreps (1990, Chapter 17) が信頼できます．James A. Mirrlees は課税の問題に単一交差性の条件を用いて，誘因両立的なメカニズムと最適契約の特徴付けをはじめておこないました．古典的文献は Mirrlees (1971) です．本章 1.4.1 節の分析は Milgrom and Segal (2002) に依拠しています．

本章における Spence-Mirrlees の単一交差性は，微分可能な効用関数に対して定義されています．Milgrom and Shannon (1994)，Edlin and Shannon (1998) は微分可能性に依存せず，効用関数の序数的な性質のみに基づいて対応する条件を求め，Spence-Mirrlees の条件との関係を考察しています．

本章の分析の応用ですが，個々の論文よりはむしろサーベイを中心に紹介しておきます．非線形価格については Wilson (1993)，規制については Baron (1989) および Laffont and Tirole (1993)[19)]，最適課税については Guesnerie (1995).

19) ただし Laffont and Tirole のモデルは本章のモデルとは少し異なります．次の章で紹介します．